

MATHS – SPECIALITE : CONTROLE N°5
L'USAGE DE LA CALCULATRICE N'EST PAS AUTORISE

Exercice n°1 : (5 points) Résoudre les systèmes suivants :

$$\text{a) } \begin{cases} x+2y-z=1 \\ y+2z=1 \\ 3x+7y-z=1 \end{cases}, \quad \text{b) } \begin{cases} x+2y-3z=1 \\ x+3y-4z=2 \\ 2x+3y-5z=1 \end{cases}, \quad \text{c) } \begin{cases} x+y-z=0 \\ 5x-y-z=2 \\ x-3y+2z=4 \end{cases}.$$

Exercice n°2 : (4 points) Les matrices suivantes sont-elles inversibles, si oui inversez-la par la méthode de Gauss-Jordan ou celle des systèmes linéaires.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 4 & -5 & 3 \\ 2 & -2 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -4 \\ 0 & 1 & -2 \\ 1 & 1 & -3 \end{pmatrix}.$$

Exercice n°3 : (3,5 points) Calculer les déterminants suivants :

$$D_1 = \begin{vmatrix} 2 & 5 \\ 3 & 8 \end{vmatrix}, \quad D_2 = \begin{vmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix} \quad \text{et} \quad D_3 = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 & -3 \\ 0 & 2 & -3 & 2 \\ 2 & -3 & 2 & 0 \\ -3 & 2 & 0 & 1 \end{vmatrix}.$$

Exercice n°4 : (3 points) Soient a , b et c , trois réels. Calculer les déterminants suivants en fonction de a , b et c , (vous donnerez la forme factorisée):

$$D_1 = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ a & b & c \end{vmatrix}; \quad D_2 = \begin{vmatrix} a & b & c \\ c & a & b \\ b & c & a \end{vmatrix};$$

Exercice n°5 : (2.5 points)

a) Résoudre en fonction des réels a , b et c le système suivant:
$$\begin{cases} -4x+2y-z=a \\ 2x+z=b \\ -2x+3y+z=c \end{cases}.$$

b) En déduire que $M = \begin{pmatrix} -4 & 2 & -1 \\ 2 & 0 & 1 \\ -2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$ est inversible et donner son inverse.

Exercice n°6 : (2 points) Soit $\alpha \in \mathbb{R}$, on considère la matrice : $M_\alpha = \begin{pmatrix} 1 & 3 & \alpha \\ 2 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$. Pour quelle

valeur de α cette matrice est-elle inversible?