CPES
Nom :

Samedi 19 novembre 2016
2 heures

MATHS – SPECIALITE : CONTROLE N°3
L'USAGE DE LA CALCULATRICE N'EST PAS AUTORISE

Exercice n°1 : (1 point) Déterminer la forme algébrique de $z=(3+i)^4$.

Exercice n°2 : (4 points) Déterminer le module et l'argument de :

$a=1+e^{i\frac{\pi}{7}}$; $b=e^{i\theta}+e^{2i\theta}$, $\theta\in\mathbb{R}$; $c=\left(e^{i\theta}+e^{2i\theta}\right)^5$, $\theta\in\mathbb{R}$.

Exercice n°3 : (3,5 points) Résoudre dans $\mathbb{C}$: $z^4=-8\sqrt{3}-8i$, on donnera les solutions sous la forme exponentielle.

Exercice n°4 : (3 points) Exprimer $\cos(5x)$ en fonction de $\cos(x)$.

Exercice n°5 : (3,5 point) Linéariser $\cos^2 x\times\sin^3 x$.

Exercice n°6 : (3,5 points) Soit la somme : $S=\sin\frac{\pi}{7}+\sin\frac{2\pi}{7}+...+\sin\frac{6\pi}{7}$.

1°- On pose $z=\cos\frac{\pi}{7}+i\,\sin\frac{\pi}{7}$. Donner une expression simple de $S'=1+z+z^2+...+z^6$.

2°- a) Calculer la partie réelle et la partie imaginaire de S'.
b) En déduire une expression simplifiée de S.

Exercice n°7 : (2,5 points) On considère l'équation du second degré dans $\mathbb{C}$:

$$z^2+2(1-\cos u)z+2(1-\cos u)=0 \quad , \quad \text{où } u\in[0;\pi].$$

1°- Résoudre cette équation dans $\mathbb{C}$, on notera z_1 et z_2 ses solutions.

2°- Déterminer le module et l'argument de l'une des deux solutions.